

I Calculer une quatrième proportionnelle

Résoudre un problème de proportionnalité consiste généralement à calculer un nombre manquant à partir de trois nombres connus.
Le nombre manquant est appelé **quatrième proportionnelle**.

Présentation des techniques de calcul

Énoncé : des roses sont vendues au prix de 9€ pour 6 roses. Sachant que le prix reste identique quelque soit la quantité vendue - pas de promotion -, quel sera le prix de 42 roses?

Méthode 1 :	Méthode 2	Méthode 3								
Retour à l'unité et calcul du coefficient de proportionnalité	Multiplication sur une colonne	utilisation de l'égalité des produits en croix								
On peut commencer par construire un tableau avec les données :										
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">grandeur 1 : nombre de roses</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">6</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">42</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">grandeur 2 : prix (euro)</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">9</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">x</td> </tr> </table>			grandeur 1 : nombre de roses	6	42	grandeur 2 : prix (euro)	9	x		
grandeur 1 : nombre de roses	6	42								
grandeur 2 : prix (euro)	9	x								
<p>Rajouter une colonne pour le retour à l'unité :</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">nombre roses</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">6</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">42</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">prix (euro)</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">9</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">x</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$\frac{9}{6} = 1,5$</td> </tr> </table> <p>On obtient :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Le coefficient de proportionnalité : 1,5 • $x = 42 \times 1,5 = \boxed{63}$ 	nombre roses	6	42	1	prix (euro)	9	x	$\frac{9}{6} = 1,5$	<p>On peut effectuer une multiplication sur une colonne :</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">$x = 9 \times 7 = \boxed{63}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;">Les 42 roses coûtent 63€</div>	<p style="text-align: center;">  </p> <p>Si $\begin{matrix} a & c \\ b & d \end{matrix}$ est un tableau de proportionnalité, alors :</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;">$a \times d = b \times c$</div> <p>Donc : $6 \times x = 9 \times 42$</p> <p>Donc : $x = \frac{9 \times 42}{6}$</p>
nombre roses	6	42	1							
prix (euro)	9	x	$\frac{9}{6} = 1,5$							

II Représentation graphique et proportionnalité

1. Étude de deux situations :

Situation 1

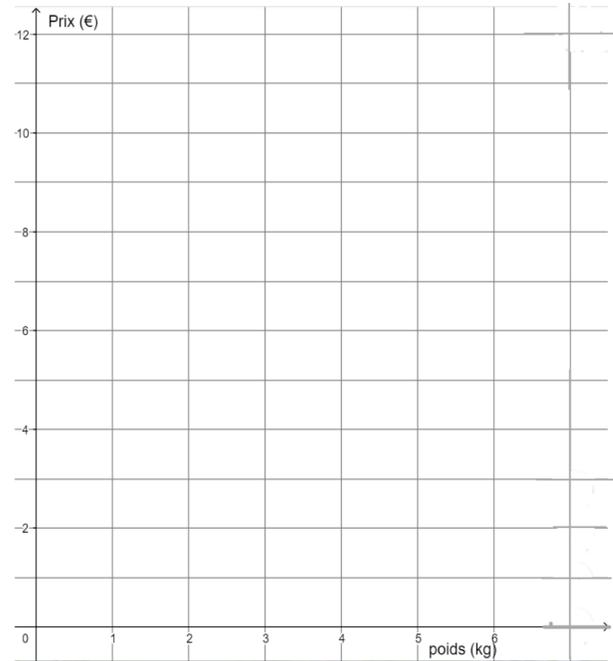
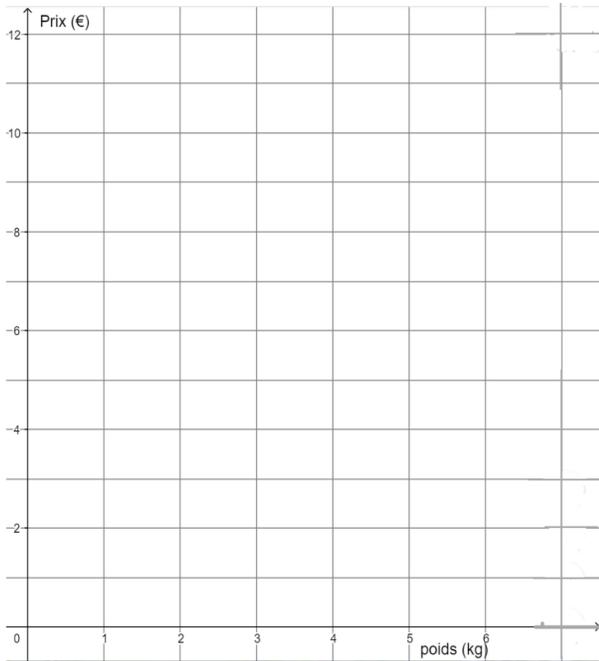
Masse de pommes de Terre Charlotte (Kg)	4	6	7
prix en euro	6	9	10,5

Situation 2

Masse de pommes de Terre Agata (Kg)	4	6	7
prix en euro	5,8	8,4	9,45

a) Les deux grandeurs sont-elles proportionnelles? (une piste : utiliser l'égalité des produits en croix, vraie seulement en cas de proportionnalité

b) Représenter sur le graphique en dessous les données de la situation (poids en abscisse et prix en ordonnée)



c) **Conclusion :**

.....

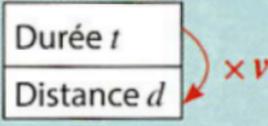
.....

III Vitesse moyenne et proportionnalité

A. **Vitesse moyenne** : vitesse qu'aurait une voiture si elle parcourait la distance concernée à la même vitesse.

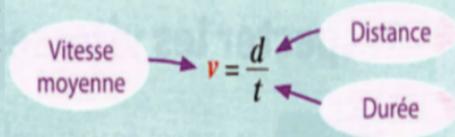
B. **Vitesse et proportionnalité** :

Dire que v est la vitesse moyenne lors d'un trajet signifie que la distance parcourue d est proportionnelle à la durée t du trajet.
Le coefficient de proportionnalité est la vitesse moyenne v .
Ainsi : $d = v \times t$



C. **Formule dérivée** :

La vitesse moyenne sur un trajet est le **quotient** de la distance parcourue d par la durée t du trajet.



Unité de vitesse:

$\frac{km}{h} = km \times \frac{1}{h} = km \cdot h^{-1}$



D. **Exemples de résolution** :

a) Calcul d'une vitesse moyenne :

Un automobiliste a parcouru 225km en 1h30min.

Le temps est à mettre en une seule unité :

1h30min = 1,5h = 90min

Reprendre aussi la formule : $v = \frac{d}{t}$

$v = \frac{225}{1,5} = 150 km \cdot h^{-1}$

Ou bien :

$v = \frac{225}{90} = 2,5 km \cdot mn^{-1}$

b) Calcul d'une distance :

Un piéton a marché pendant 40s à la vitesse moyenne de 1,5m/s.

Formule à utiliser : $d = t \times v$

$d = 40 \times 1,5 = 60$

La distance parcourue est de 60m.

c) Calcul d'une durée :

Un avion parcourt 4100km à la vitesse moyenne de 820km/h.

Formule à utiliser : $d = t \times v$

Soit : $4100 = 820 \times t$

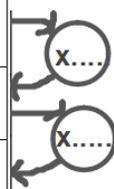
Soit : $t = \frac{4100}{820} = 5$

La durée du parcours est de 5h.

E. **Avant d'appliquer, une difficulté** : le temps est à exprimer en une seule UNITE!!! Donc il faut savoir convertir

1. Aide à la conversion : utilisation d'un tableau de proportionnalité

Temps (heure)	1							
Temps (minute)		30	24					
Temps (seconde)								



2. **Conversion** : l'usage du tableau ci-dessus n'est pas obligatoire

a) 1h30min = min;

f) 2h40min = min;

b) 1h30min = h;

g) 45min = h;

c) 24min = h;

h) 1,2h = min;

d) 1h20min30s = min;

e) 1h45min = h;

i) 50min = s.

IV Échelle et proportionnalité

A) Utilisation de l'échelle sur une carte :

1. Avec les informations fournies par la carte, donner une échelle sous forme fractionnaire :

.....

2. Comment déterminer la distance séparant Le havre du Caen "à vol d'oiseau" ?

.....



B) Cours : **Définition 1** On dit qu'un plan (ou une carte) est à l'échelle lorsque les longueurs sur le plan (ou la carte) sont **proportionnelles** aux longueurs réelles.

Définition 2 Échelle = $\frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}$ ← Exprimées dans la même unité

Exemple Si le plan d'une ville est à l'échelle $\frac{1}{150\,000}$, cela signifie que les longueurs réelles ont été divisées par 150 000. 1 cm sur la carte fait en réalité 150 000 cm. 3 cm sur le plan correspondent donc à $3 \times 150\,000 = 450\,000$ cm en réalité (c'est-à-dire 4,5 km).